

Назначение параметров модели трансформатора в Spice симуляторах

Валентин Володин
valvolodin@narod.ru

Различные Spice симуляторы, не в последнюю очередь, завоевали свою популярность за счёт привычного и понятного вида моделей элементов и принципов построения схем. Сейчас, когда практически все подобные симуляторы обзавелись графическим схемным редактором, всё стало вообще прекрасно. Для создания модели некоторого электронного устройства достаточно нарисовать его электрическую схему и определить параметры моделей (сопротивления, индуктивности, ёмкости, типы диодов, транзисторов и т.п.) отдельных компонентов.

Однако и здесь не удалось избежать некоторых проблем восприятия. В частности это касается принципов создания модели трансформатора. В Spice симуляторах модель линейного трансформатора создаётся на основе индуктивностей, величины которых имитируют индуктивности намагничивания соответствующих обмоток. Для создания связи между обмотками существует специальная директива K (коэффициент связи), которая может принимать значение от -1 до 1. Например, строка K12 L1 L2 1.0 создаёт двух обмоточный линейный трансформатор с полностью связанными катушками, где L₁ имитирует его первичную обмотку, а L₂ вторичную (Рис.1).

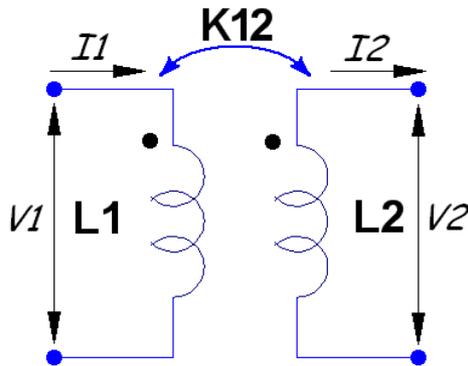


Рис.1 Способ организации связи между индуктивностями, принятый в Spice симуляторах.

Рассмотрим наиболее вероятный случай, когда индуктивности L1 и L2 первичной и вторичной обмоток трансформатора имеют одинаковую конфигурацию или намотаны на одном сердечнике. В этом случае, с большой степенью точности, можно считать, что индуктивности L1 и L2 связаны между собой через коэффициента трансформации $N=W_1/W_2$, где W1 и W2 соответствующее количество витков первичной и вторичной обмоток трансформатора. Для указанного случая, значения L1, L2 и N соответственно равны:

$$L_1 = L_2 \cdot N^2 ; \quad L_2 = L_1 / N^2 ; \quad N = \sqrt{L_1 / L_2}$$

Индуктивность намагничивания и коэффициент трансформации вполне реалистичные параметры и обычно с измерением их величин и пониманием физического смысла особых проблем не возникает, чего не скажешь, например, о коэффициенте связи. Дело в том, что в электротехнике трансформатор обычно представляется в виде Т-образной (реже П-образной) эквивалентной схемы, где связь между обмотками создаётся при помощи взаимной индуктивности M₁₂, общей для индуктивностей связанных обмоток L₁ и L₂ (Рис.2).

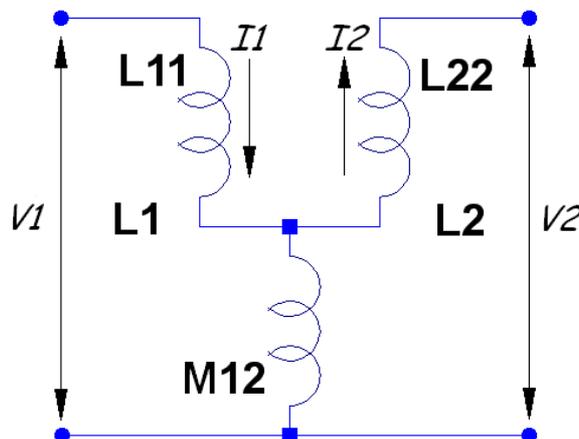


Рис.2 Способ организации связи между индуктивностями, принятый в электротехнике.

Для начала попробуем разобраться с физическим смыслом всех этих величин. На рис.3 схематически изображены две связанные обмотки W1 и W2.

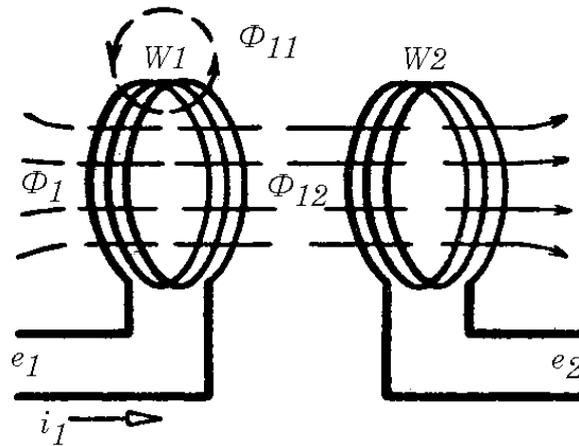


Рис.3. Две катушки сцепленные общим потоком Φ12.

Если к катушке W1 приложить напряжение e_1 , то, по закону электромагнитной индукции, это приведёт к изменению магнитного потока Φ_1 :

$$e_1 = \frac{d\Phi_1}{dt} \cdot W_1$$

Так как часть потока Φ_{11} , называемого потоком рассеяния, не достигает катушки W2, то в ней будет индуцировано напряжение:

$$e_2 = \frac{d\Phi_{12}}{dt} \cdot W_2$$

Найдём коэффициент передачи по напряжению, для нашего трансформатора:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{W_2}{W_1} \cdot \frac{d\Phi_{12}/dt}{d\Phi_1/dt} = \frac{d\Phi_{12}}{d\Phi_1} \cdot \frac{1}{N} = \frac{d\Phi_{12} \cdot W_1}{d\Phi_1 \cdot W_1} \cdot \frac{1}{N} = \frac{d\Psi_{12}}{d\Psi_1} \cdot \frac{1}{N} = \frac{di_1 \cdot L_{12}}{di_1 \cdot L_1} \cdot \frac{1}{N} = \frac{L_{12}}{L_1} \cdot \frac{1}{N}, \quad (1)$$

где L_1 — индуктивность катушки W1;

L_{12} — индуктивность рассеяния катушки W1.

Далее перепишем формулу (1) в виде:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{K_{12}}{N} = \frac{M_{12}}{L_1}, \quad (2)$$

где $K_{12} = L_{12}/L_1$ — коэффициент связи;

$M_{12} = L_{12}/N$ — взаимная индуктивность.

По аналогии с (1) и (2) найдём коэффициент передачи трансформатора в обратном направлении:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{L_{21}}{L_2} \cdot N = K_{21} \cdot N = \frac{M_{21}}{L_2}, \quad (3)$$

где $K_{21} = L_{21}/L_2$ — коэффициент связи;

$M_{21} = L_{21} \cdot N$ — взаимная индуктивность.

Магнитный поток Φ можно найти, зная магнитное напряжение $F = I \cdot W$ и магнитное сопротивление среды R_M :

$$\Phi = \frac{I \cdot W}{R_M} \quad (4)$$

Подставим (4) в выражения для взаимной индуктивности и получим:

$$M_{12} = \frac{L_{12}}{N} = \frac{W_1 \cdot \Phi_{12}}{N \cdot i_1} = \frac{W_2 \cdot \Phi_{12}}{i_1} = \frac{W_2 \cdot i_1 \cdot W_1}{i_1 \cdot R_M} = \frac{W_2 \cdot W_1}{R_M}$$

$$M_{21} = L_{21} \cdot N = \frac{W_2 \cdot \Phi_{21} \cdot N}{i_2} = \frac{W_1 \cdot \Phi_{21}}{i_2} = \frac{W_1 \cdot i_2 \cdot W_2}{i_2 \cdot R_M} = \frac{W_2 \cdot W_1}{R_M}$$

Следовательно, $M_{12} = M_{21} = M$.

Из формулы (2) найдём выражение связывающее коэффициент связи K_{12} и взаимную индуктивность M :

$$K_{12} = \frac{M_{12}}{L_1} \cdot N = \frac{M_{12}}{L_1} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{M_{12}}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

Теперь, из формулы (3) найдём выражение связывающее коэффициент связи K_{21} и взаимную индуктивность M :

$$K_{21} = \frac{M_{21}}{L_2} \cdot \frac{1}{N} = \frac{M_{21}}{L_2} \cdot \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{M_{21}}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

Следовательно $K_{12} = K_{21} = K$:

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \quad (5)$$

Из равенства коэффициентов передачи также следует, что и индуктивности рассеяния обоих обмоток, приведённые к одной из обмоток, так же равны:

$$L_{12} = L_{21} \cdot N^2 ; \quad L_{21} = \frac{L_{12}}{N^2}$$

Определение параметров реального трансформатора.

Для получения реалистичной Spice модель линейного трансформатора, необходимо определить параметры реального трансформатора.

Определение взаимной индуктивности (Рис.4) [1]:

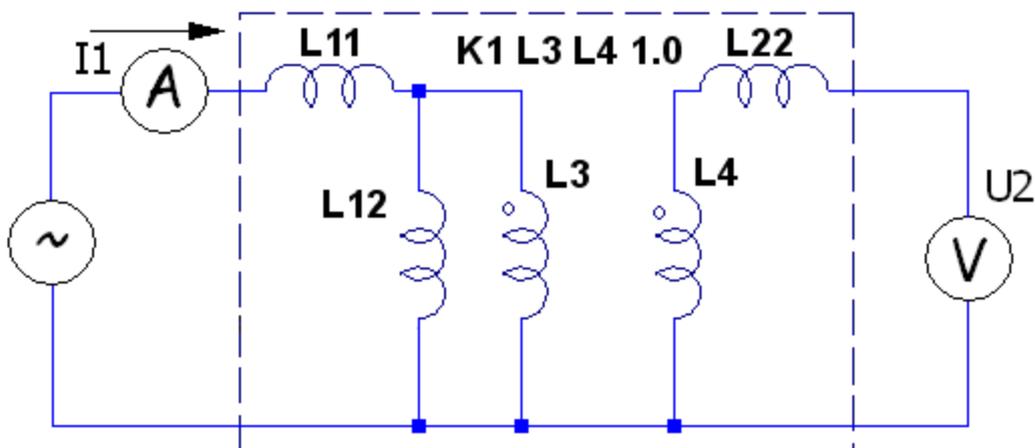


Рис.4. Измерительная схема для определения взаимной индуктивности трансформатора

Подключим первичную обмотку к источнику с синусоидальным напряжением через амперметр, а к зажимам вторичной обмотки подключим вольтметр с большим внутренним сопротивлением. Измерим I_1 и напряжение U_2 .

Действующее значение напряжения:

$$U_2 = \frac{\omega \cdot L_{12} \cdot I_1}{N}$$

Следовательно

$$M_{12} = \frac{L_{12}}{N} = \frac{U_2}{\omega \cdot I_1}$$

Где $\omega = 2 \cdot \pi \cdot F$ - круговая частота

Определение индуктивности обмотки (Рис.5):

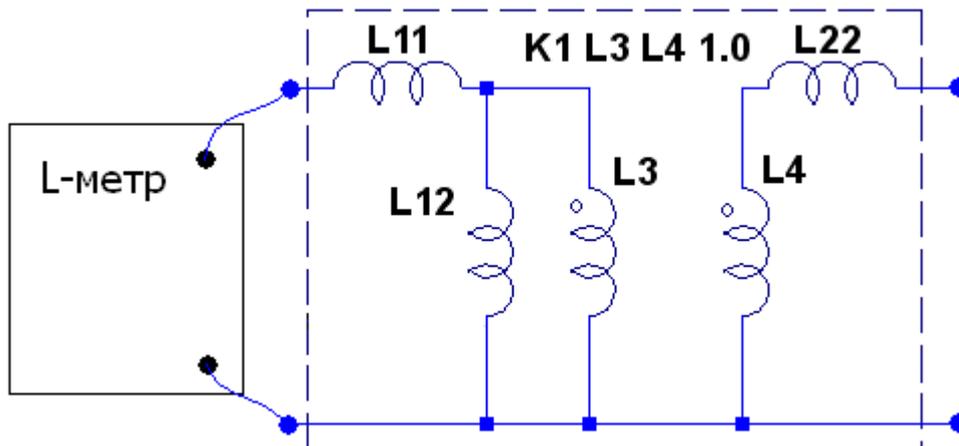


Рис.5. Измерительная схема для определения индуктивности намагничивания обмотки трансформатора

Индуктивность любой обмотки трансформатора можно определить с помощью L-метра, предварительно разомкнув все остальные обмотки. На рис.5 изображена схема измерения индуктивности $L_I = L_{11} + L_{12}$ первичной обмотки трансформатора.

Определение индуктивности рассеяния (Рис.6):

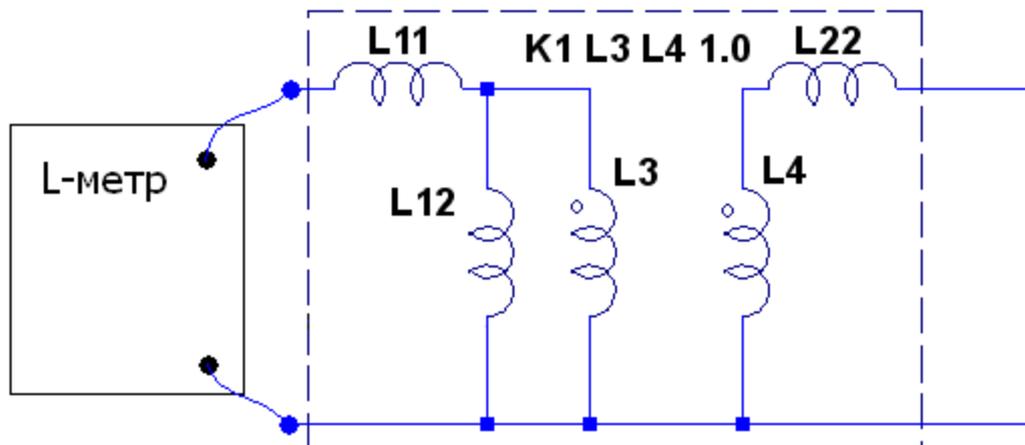


Рис.6. Измерительная схема для определения индуктивности рассеяния трансформатора

К сожалению, как видно из рис.6, практически не возможно определить как именно распределены между собой индуктивности рассеяния первичной L_{11} и вторичной L_{22} обмоток. Замкнув вторичную обмотку трансформатора, можно измерить некую индуктивность L_K , которая характеризует индуктивность последовательно-параллельной цепи, состоящей из двух индуктивностей рассеяния и индуктивности

намагничивания. Т.к. обычно индуктивность намагничивания во много раз больше индуктивности рассеяния, то можно считать, что индуктивность L_K равна сумме индуктивностей рассеяния первичной и вторичной обмоток, приведённых к первичной обмотке.

$$L_K = L_{11} + L_{22} \cdot N^2 = L_{11} + L_{22}'$$

Считая, что обе составляющие индуктивности рассеяния равны, можно записать:

$$L_S = \frac{L_K}{2}$$

Теперь, зная индуктивность рассеяния L_S и общую индуктивность L_I первичной обмотки трансформатора, можно найти коэффициент связи K для Spice модели линейного трансформатора:

$$K = \frac{L_{12}}{L_1} = \frac{L_1 - L_K/2}{L_1} = \frac{L_1 - L_S}{L_1} = 1 - \frac{L_S}{L_1}$$

В заключение проведём экспериментальную проверку нашей методики определения коэффициента связи, воспользовавшись симулятором LTSpice/SwCad. На рис.7 показана тестовая схема, соответствующая испытательной схеме (рис.6).

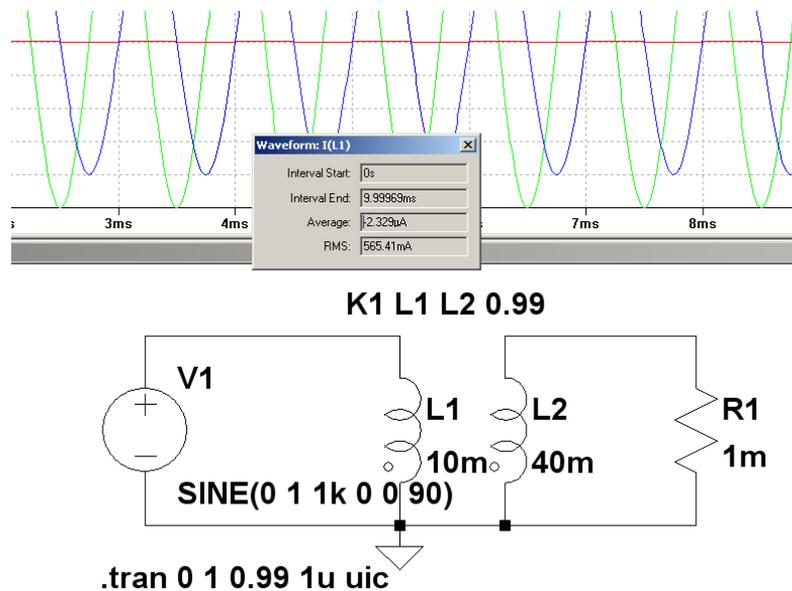


Рис.7. Схема испытания трансформатора в программе LTSpice/SwCad

В примере используется трансформатор, имеющий индуктивность первичной обмотки $L_1=10\text{мГн}$ и индуктивность вторичной обмотки $L_2=40\text{мГн}$, что соответствует коэффициенту трансформации:

$$N = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{\frac{0.01}{0.04}} = 0.5$$

Первичная обмотка трансформатора питается от генератора V_1 , формирующего синусоидальное напряжение частотой 1кГц и амплитудой 1В (эффективное значение равно 0.707В). Коэффициент связи между обмотками установлен равным $K=0.99$. При КЗ во вторичной обмотке (R_1 имеет весьма низкое сопротивление равное 1мОм), в первичной протекает ток $I(L_1)=565.41\text{мА}$ (рис.7). Определим общую индуктивность рассеяния, приведённую к первичной обмотке:

$$L_K = \frac{VI}{I(L_1) \cdot \omega} = \frac{0.707}{0.565 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1000} = 0.2 \text{ мГн}$$

Индуктивность рассеяния первичной обмотки равна:

$$L_{SI} = \frac{L_K}{2} = \frac{0.2}{2} = 0.1 \text{ мГн}$$

Реальный коэффициент связи равен:

$$K = 1 - \frac{L_S}{L_1} = 1 - \frac{0.0001}{0.01} = 0.99$$

Что соответствует заданному коэффициенту связи.

Информационные источники:

1. Л.А.Бессонов. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Издание 6-ое, переработанное и дополненное. Москва: Высшая школа, 1973 год, стр.148-149.